

**Исаева А.Я., Мироненко О.В.**  
**МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ОБРАТНЫМ**  
**МАЯТНИКОМ**

*e-mail: stasy1905@mail.ru*

*ФГАОУ ВПО «Уральский федеральный университет имени первого  
Президента России Б.Н. Ельцина»  
г. Екатеринбург*

*Данная статья рассказывает о комплексе лабораторных работ, который позволяет студентам изучить курс «Микропроцессорные системы управления» не только теоретически, но и получить начальные практические навыки.*

**Isaeva A., Mironenko O.V.**  
**THE MODEL OF CONTROL SYSTEM OF RETURN PENDULUM**

*This article tells about a complex of laboratory works which allows students to study a course «Microprocessor control systems» not only theoretically, but also to receive initial practical skills.*

**1. Постановка задачи.**

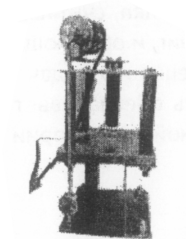
В ходе изучения курса «Микропроцессорные системы управления» студентам необходимо наглядно изучить системы управления неустойчивыми объектами. Для этого был создан реальный обратный маятник и система управления им [1] (рис. 1), но создавать несколько таких реальных объектов экономически нецелесообразно, поэтому было принято решение создать модель системы управления обратным маятником в LabVIEW. Параметры реального маятника:  $m_{\text{маятника}} = 23 \text{ г.}$ ,  $l = 13 \text{ см.}$ ,  $M_{\text{стержня}} = 2,5 \text{ кг}$ ,  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$

**2. Используемое оборудование и программное обеспечение**

LabVIEW 8.6, cRIO.

**3. Описание решения**

На рис. 2 представлена структурная схема системы управления обратным маятником.



**Рис. 1. Реальный маятник**

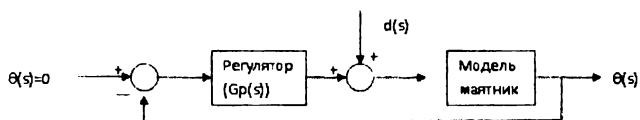


Рис. 2. Структурная схема системы управления обратным маятником

Математическое описание обратного маятника имеет вид:

$$\begin{cases} m \cdot l \cdot \ddot{x} + (J + m \cdot l^2) \ddot{\theta} - m \cdot g \cdot l \cdot \theta = 0 \\ (M + m) \cdot \ddot{x} + m \cdot l \cdot \ddot{\theta} - f = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Из данной системы уравнений находим передаточную функцию маятника:

$$Gm(s) = \frac{-1}{s^2 - \frac{M \cdot l}{(M + m) \cdot g}} \quad (2)$$

Модель маятника имеет вид, представленный на рис. 3. При этом она была создана с реального маятника, учтены масса маятника, масса станины, линейные размеры станины и маятника.

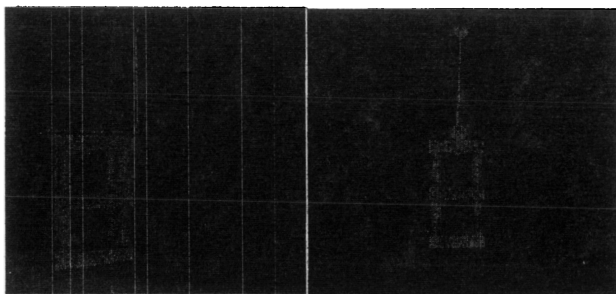


Рис.3. Модель обратного маятника

Для реализации модели системы управления из дифференциального описания системы необходимо получить передаточную функцию маятника (табл. 1), а затем, зная передаточные функции регуляторов, и передаточную функцию всей системы. Общий вид передаточной функции системы (табл.1).

Для изучения регуляторов были выбраны такие часто используемые регуляторы, как: П-регулятор (пропорциональный), PI-регулятор (пропорционально-интегральный), ПД-регулятор (пропорционально-дифференциальный), ПИД-регулятор (пропорционально-интегро-дифференциальный), ПИ<sup>2</sup>-регулятор, ПД<sup>2</sup>-регулятор, ПИ<sup>2</sup>Д-регулятор. Передаточные функции регуляторов представлены в табл. 1.

Передаточные функции регуляторов

Название регулятора	Передаточная функция регулятора
П-регулятор	$Gp(s) = K_1$
ПИ-регулятор	$Gp(s) = K_1 + \frac{K_2}{s}$
ПД-регулятор	$Gp(s) = K_1 + K_3 \cdot s$
ПИД-регулятор	$Gp(s) = K_1 + \frac{K_2}{s} + K_3 \cdot s$
ПИ2-регулятор	$Gp(s) = (K_1 + \frac{K_2}{s}) \cdot (K_6 + \frac{K_4}{s})$
ПД2-регулятор	$Gp(s) = (K_1 + \frac{K_2}{s}) \cdot (K_6 + \frac{K_4}{s}) + K_7 \cdot s$
ПИ2Д-регулятор	$Gp(s) = (K_1 + \frac{K_2}{s}) \cdot (K_6 + \frac{K_4}{s}) + K_7 \cdot s$
Маятника	$Gm(s) = \frac{-1}{s^2 - \frac{(M+m) \cdot g}{M \cdot l}}$
Системы (общий вид)	$G(s) = \frac{Gm(s)}{1 + Gm(s) \cdot Gp(s)}$

В таблице:  $G(s)$  – передаточная функция системы,  $Gm(s)$  – передаточная функция маятника,  $Gp(s)$  – передаточная функция регулятора.

Для подборов коэффициентов регуляторов были использованы следующие методы: метод корневого годографа, критерий Рауса-Гурвица, интеграл от взвешенного модуля ошибки.

Рассмотрим подробнее эти методы. Метод корневого годографа предполагает, что варьируются одни параметры системы, что позволяет исследовать влияние других параметров на системы и в результате исследования подобрать все параметры системы. Метод основан на использовании характеристического уравнения системы –  $1 + F(s)$ .

Критерий Рауса-Гурвица – метод работает с коэффициентами характеристического уравнения. Из характеристического уравнения по определенным правилам строится определитель Гурвица, при этом, чтобы динамическая система была устойчива, необходимо чтобы все  $n$  диагоналей миноров были положительны. Эти миноры и называются определителями Гурвица. Достоинством метода является принципиальная простота, недостатком – необходимость выполнения операции вычисления определителя, которая связана с определенными вычислительными тонкостями (например, для больших матриц может оказаться значительной вычислительная ошибка).

Интеграл от взвешенного модуля ошибки – это разновидность интегрального критерия, которая позволяет повысить чувствительность интегрального критерия. Рассчитывается ИВМО по следующей формуле:

$$\text{ИВМО} = \int_0^T t |e(t)| dt$$

Зная оптимальные значения коэффициентов передаточной функции, основанные на критерии ИВМО, при ступенчатом входном сигнале можно рассчитать оптимальные коэффициенты для исследуемой передаточной функции. Ниже приведены эти значения:

$$\begin{aligned} & z + a_0 \\ & z^2 + 1,4a_0z + a_0^2 \\ & z^3 + 1,75a_0z^2 + 2,15a_0^2z + a_0^3 \\ & z^4 + 2,1a_0z^3 + 3,4a_0^2z^2 + 2,7a_0^3z + a_0^4 \\ & z^5 + 2,3a_0z^4 + 5,0a_0^2z^3 + 5,5a_0^3z^2 + 3,4a_0^4z + a_0^5 \\ & z^6 + 3,25a_0z^5 + 6,80a_0^2z^4 + 8,60a_0^3z^3 + 7,45a_0^4z^2 + 3,95a_0^5z + a_0^6 \end{aligned}$$

Основываясь на последнем критерии, был подобран один из параметров системы, что позволило затем на основании метода корневого годографа и с использованием метода Рауса-Гурвица подобрать оставшиеся параметры системы. После определения передаточной функции системы (которая определена с учетом параметров реального маятника) и подбора коэффициентов с помощью MathScript была определена реакция системы на ступенчатое входное воздействие.

На рис. 4 приведен пример анализа работы регулятора. Входными данными для моделирования являются: геометрические размеры маятника, масса маятника, масса станины, максимальное время регулирования, допустимая ошибка регулирования, допустимое перерегулирование. При моделировании системы управления определяются параметры регулятора (коэффициенты регулятора, передаточная функция), показатели качества системы управления: относительное перерегулирование, число переколебаний, ошибка регулирования, время регулирования.

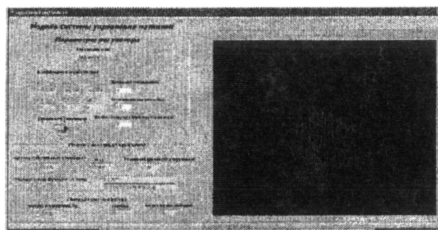


Рис.4. Моделирование системы управления обратным маятником

Пример проверки регулятора приведен на рисунках 4–5. На них смоделирован ПИД-регулятор, дана блок-схема вычисления параметров системы регу-

лирования, вычисление передаточной функции и реакции системы (проводится в подВП).

После моделирования нескольких регуляторов можно подобрать наиболее оптимальной регулятор для данной системы, учитывая соотношение таких параметров, как время регулирования, ошибка регулирования, относительное перерегулирование, сложность реализации.

#### 4. Внедрение и его перспективы

Данная работа была выполнена в ходе курсового проектирования и позволяет сделать изучение процессов управления неустойчивыми объектами более эффективным и наглядным, совместить теоретические знания, полученные студентами с практическим применением. На основе этой работы построена серия лабораторных по предмету «Микропроцессорные системы управления» (Лабораторная работа № 1 «Получение параметров регуляторов и характеристик качества регулирования в программе MATLAB», лабораторная работа № 2 «Моделирование системы управления обратным маятником в LabVIEW»). Данные работы позволяют изучать основные характеристики регуляторов и систем, визуализировать импульсную, амплитудно-частотную, фазо-частотную, исследовать системы на устойчивость. Возможно дальнейшее развитие данной системы по исследованию влияния геометрических параметров на устойчивость системы.

---

Обратный маятник. / А.А. Пьянников, В.О. Сафонов, Ф.В. Баев, О.В. Мироненко // сб. тр. VI Межд. науч.-практ. конф. «Образовательные, научные и инженерные приложения в LabVIEW и технологии National Instruments». М., РУДН, 2007.

**Клименко И.С.**

#### **ИННОВАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, КАК ИНСТРУМЕНТ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ**

*iskl.kot@gmail.com*

*Костанайский инженерно-экономический университет им. М. Дулатова  
г. Костанай, республика Казахстан*

*В предлагаемом материале автором рассматриваются основные модели системы подготовки кадров с высшим профессиональным образованием: модель специалиста, модель содержания и формы образовательного процесса. Особое внимание уделяется инновационным технологиям, обеспечивающим высокое качество подготовки.*